

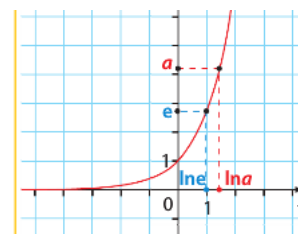
## LA FONCTION LOGARITHME NEPERIEN

### Définition et courbe de la fonction ln

#### a) Propriété et définition

Soit  $a$  un réel strictement positif.

On admet que l'équation  $e^x = a$  a une unique solution que l'on note  $\ln(a)$ .



La fonction définie sur  $]0; +\infty[$  qui à tout réel  $x > 0$  associe  $\ln(x)$  est appelée **fonction logarithme népérien** et notée **ln**.

#### b) Propriétés immédiates

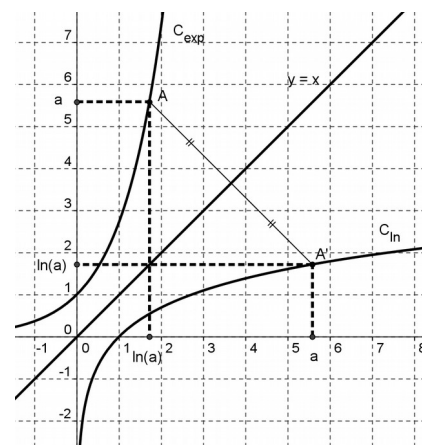
$$e^0 = 1 \text{ donc } \ln(1) = 0 ; \quad e^1 = e \text{ donc } \ln(e) = 1$$

$$\text{Pour tout réel } a > 0, \quad e^{\ln a} = a$$

$$\text{Pour tout réel } b, \quad \ln(e^b) = b$$

Dans un repère orthonormal, les courbes représentatives  $(C_{\ln})$  et  $(C_{\exp})$  sont symétriques par rapport à la droite d'équation  $y = x$

Remarque : on dit que les deux fonctions, exp et ln, sont des fonctions réciproques l'une de l'autre.



### Propriétés algébriques de la fonction ln

**P1** : Soient  $a$  et  $b$  deux réels strictement positifs. On a :

$$\ln(a \times b) = \ln(a) + \ln(b)$$

**P2** : Soient  $a$  et  $b$  deux réels strictement positifs et  $n$  un entier relatif. On a :

$$\ln\left(\frac{1}{b}\right) = -\ln(b) ; \quad \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b) ; \quad \ln(\sqrt{a}) = \frac{1}{2} \ln(a) ; \quad \ln(a^n) = n \ln(a)$$

Consigne : sans papier crayon, comprendre ce document en échangeant entre vous  
préciser comment on peut contrôler toutes les propriétés de la fonction ln à la calculatrice

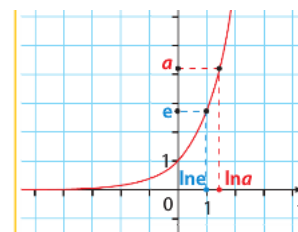
## LA FONCTION LOGARITHME NEPERIEN

### Définition et courbe de la fonction ln

#### a) Propriété et définition

Soit  $a$  un réel strictement positif.

On admet que l'équation  $e^x = a$  a une unique solution que l'on note  $\ln(a)$ .



La fonction définie sur  $]0; +\infty[$  qui à tout réel  $x > 0$  associe  $\ln(x)$  est appelée **fonction logarithme népérien** et notée **ln**.

#### b) Propriétés immédiates

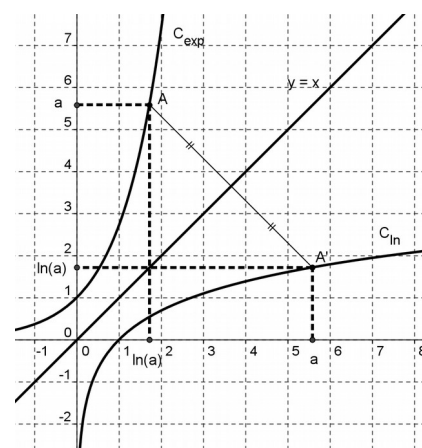
$$e^0 = 1 \text{ donc } \ln(1) = 0 ; \quad e^1 = e \text{ donc } \ln(e) = 1$$

$$\text{Pour tout réel } a > 0, \quad e^{\ln a} = a$$

$$\text{Pour tout réel } b, \quad \ln(e^b) = b$$

Dans un repère orthonormal, les courbes représentatives  $(C_{\ln})$  et  $(C_{\exp})$  sont symétriques par rapport à la droite d'équation  $y = x$

Remarque : on dit que les deux fonctions, exp et ln, sont des fonctions réciproques l'une de l'autre.



### Propriétés fonctionnelles de la fonction ln

La fonction ln est dérivable sur  $]0; +\infty[$  et pour tout  $x > 0$   $\ln'(x) = \frac{1}{x}$ .

Conséquence : les primitives de la fonction inverse sur  $]0; +\infty[$  sont les fonctions qui à  $x$  associent  $\ln(x) + K$ .

$$\text{sur } ]0; +\infty[ : \text{ si } f(x) = \frac{1}{x} \text{ alors } F(x) = \ln(x) + K$$

Consigne : sans papier crayon, comprendre ce document en échangeant entre vous  
préciser comment on peut contrôler toutes les propriétés de la fonction ln à la calculatrice

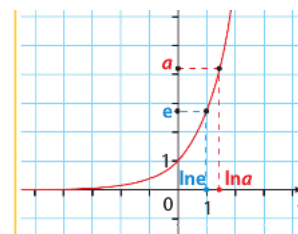
## LA FONCTION LOGARITHME NEPERIEN

### Définition et courbe de la fonction ln

#### a) Propriété et définition

Soit  $a$  un réel strictement positif.

On admet que l'équation  $e^x = a$  a une unique solution que l'on note  $\ln(a)$ .



La fonction définie sur  $]0; +\infty[$  qui à tout réel  $x > 0$  associe  $\ln(x)$  est appelée **fonction logarithme népérien** et notée **ln**.

#### b) Propriétés immédiates

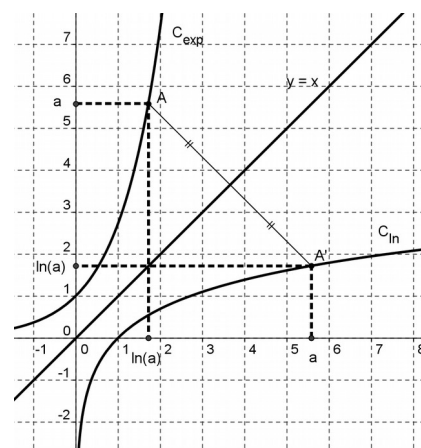
$$e^0 = 1 \text{ donc } \ln(1) = 0 ; \quad e^1 = e \text{ donc } \ln(e) = 1$$

Pour tout réel  $a > 0$ ,  $e^{\ln a} = a$

Pour tout réel  $b$ ,  $\ln(e^b) = b$

Dans un repère orthonormal, les courbes représentatives  $(C_{\ln})$  et  $(C_{\exp})$  sont symétriques par rapport à la droite d'équation  $y = x$

Remarque : on dit que les deux fonctions, exp et ln, sont des fonctions réciproques l'une de l'autre.



### Propriétés fonctionnelles de la fonction ln

a) La fonction ln est strictement croissante sur  $]0; +\infty[$ .

b) Tableau de variation de la fonction ln

$x$	0	1	e	$+\infty$
$\ln'(x) = \frac{1}{x}$	+			
ln				

#### Propriétés :

Pour tout  $a > 0$  et  $b > 0$   $a < b \Leftrightarrow \ln(a) < \ln(b)$

$$a = b \Leftrightarrow \ln(a) = \ln(b)$$

Consigne : sans papier crayon, comprendre ce document en échangeant entre vous  
préciser comment on peut contrôler toutes les propriétés de la fonction ln à la calculatrice